

平行線と面積

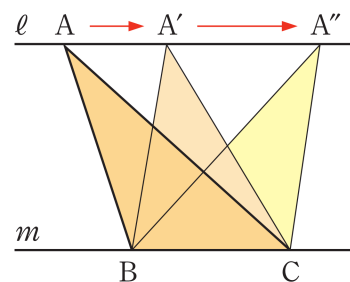
Q

Question

右の図で $\ell \parallel m$ のとき、 $\triangle ABC$ の頂点 A を、直線 ℓ 上で矢印の方向に動かします。このとき、三角形の形が変わっても、変わらないものは何でしょうか。



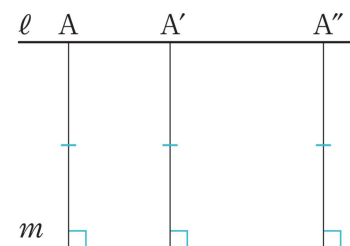
三角形の面積は、どうやって求めたかな。



見方・考え方

三角形の面積公式のどこに目をつけられいいのかな。

上の図の $\triangle ABC$ 、 $\triangle A'BC$ 、 $\triangle A''BC$ は、底辺 BC が共通で、高さはどれも平行な2直線 ℓ 、 m 間の距離と等しい。したがって、この3つの三角形の面積は等しい。

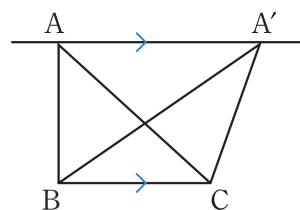


定理

平行線と面積

線分 BC を共通の底辺とする $\triangle ABC$ と $\triangle A'BC$ において、

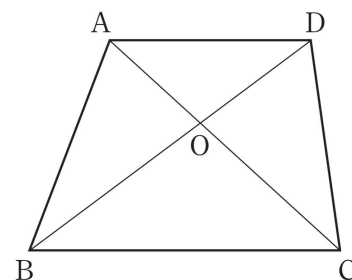
$AA' \parallel BC$ ならば、 $\triangle ABC = \triangle A'BC$ である。



注意 $\triangle ABC = \triangle A'BC$ は、2つの三角形の面積が等しいことを表している。

問1 $AD \parallel BC$ である台形 $ABCD$ の2つの対角線の交点を O とするとき、次の問いに答えなさい。

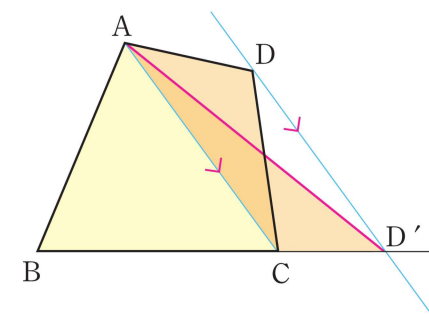
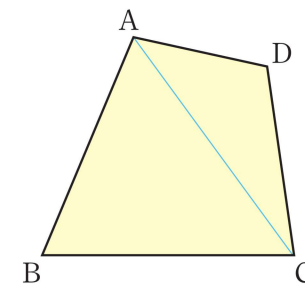
- (1) $\triangle ABC$ 、 $\triangle ABD$ と面積の等しい三角形を、それぞれいいなさい。
- (2) $\triangle ABO = \triangle DCO$ であることを証明しなさい。



例1 右の図の四角形 $ABCD$ と面積の等しい三角形をかきなさい。

考え方 $\triangle DAC$ で AC を底辺と考え、面積を変えずに頂点 D を動かす。3点 B 、 C 、 D が一直線上に並ぶとき、四角形 $ABCD$ は三角形となる。

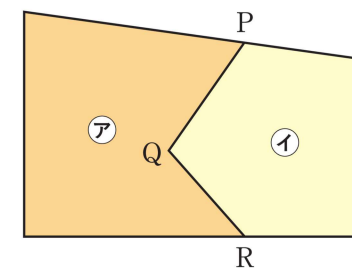
- 手順**
- ① 対角線 AC を引く。
 - ② 点 D を通り AC に平行な直線を引き、 BC の延長との交点を D' とする。
 - ③ 点 A と点 D' を結ぶ。



問2 例1で、四角形 $ABCD = \triangle ABD'$ であることを証明しなさい。

問3 例1で、対角線 BD を引いて、四角形 $ABCD$ と面積の等しい三角形をかきなさい。

問4 右の図のように、土地が折れ線 PQR を境界線として、2つの部分ア、イに分かれています。それぞれの土地の面積を変えずに、点 P を通る直線で境界線を引き直しなさい。



確かめよう

☒ 平行線と面積の定理を理解している。

1 右の図で、 $AD \parallel BC$ 、 $BM = CM$ のとき、 $\triangle ABM$ と面積の等しい三角形をすべていいなさい。

